ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2022

Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures

14-PH-A6 PHYSIQUE DE L'ÉTAT SOLIDE

QUESTION NO 1 - Le potentiel périodique (25 points)

Considérer un réseau unidimensionnel de période a et de longueur totale L constituée d'atomes identiques possédant n (un entier) électrons libres par atome. Dans ce qui suit, nous supposons que l'interaction entre atomes est très faible, mais non nulle (l'approximation de l'électron presque libre). Cela signifie que vous pouvez supposer que les électrons se comportent comme un gaz d'électrons libres, sauf aux bords d'une zone de Brillouin, où des bandes interdites (ang. energy gaps) se forment.

a) (8 points) Dans l'approximation de l'électron presque libre, illustrer schématiquement le diagramme de bande $\varepsilon(\underline{k})$ d'abord dans la représentation de zone étendue (ang. extended zone scheme), puis dans la représentation de zone périodique (ang. periodic zone scheme). Démontrer clairement le comportement de la relation de dispersion $\varepsilon(\underline{k})$ aux bords des 1re, 2e et 3e zones de Brillouin.

b) (8 points) Calculer le nombre total d'électrons libres du cristal de longueur L et le nombre d'états disponibles dans chacune des 3 bandes plus basses.

c) (9 points) À la limite de $T \rightarrow 0$ K, indiquer jusqu'à quel niveau les états sont remplis pour $n = 1$, 2 et 3. Indiquer aussi la position du niveau de Fermi. Finalement, pour chaque valeur de n, déduire si le matériau est un isolant, un semi-conducteur ou un métal.

QUESTION NO 2 - Propriétés physiques des métaux (25 points)

Considérons l'or (Au) qui est un métal monovalent dont la structure cristalline est cubique à face centrée (CFC). La densité d'or est 19.3 g cm^{-3} , tandis que la masse atomique est $196.97 \text{ g mol}^{-1}$. En utilisant ces données, estimez les propriétés physiques suivantes :

a) (5 points) La constante de maille a de la structure CFC.
b) (5 points) La séparation inter-électronique moyenne d_e.

En utilisant le modèle des électrons presque libres ainsi que le model de Drude et sachant que la résistivité (ang. DC resistivity) de l'or à 0°C est $\rho(\text{Au}) = 22.8 \text{ n}\Omega \cdot \text{m}$, déterminer :

c) (5 points) Le temps entre les collisions τ de l'électron à 0°C.
d) (5 points) La vitesse de Fermi de l'électron à 0°C.
e) (5 points) Le libre parcours moyen Λ (en nm) de l'électron à 0°C.

QUESTION NO 3 - La fréquence de résonance cyclotron (25 points)

Supposons que la relation de dispersion ε(k) pour les porteurs de charge q dans une bande conductrice d'un matériau semiconducteur cristallin s'écrit comme :

$$\varepsilon(k) = \frac{\hbar^2}{2m_t^*}\left(k_x^2 + k_y^2\right) + \frac{\hbar^2}{2m_z^*}k_z^2 \ .$$

a) (5 points) Déterminer les relations entre les composants de vitesse v_x , v_y et v_z en fonction de composants k_x , k_y et k_z.

Dans ce qui suit, supposez que le champ électrique est nul.

Déterminer les composants de la force de Lorentz agissant sur les porteurs F_x , F_y et F_z si on place le matériau dans un champ magnétique B qui est :
b) (5 points) parallèle à l'axe longitudinal *OZ.*
c) (5 points) parallèle à l'axe transversal *OX.*

Écrire l'équation de mouvement des porteurs sous l'action de la force de Lorentz et calculer la fréquence de résonance cyclotron (fréquence de mouvement périodique des porteurs le long des trajectoires circulaires/elliptiques) si on place le matériau dans un champ magnétique B qui est :
d) (5 points) parallèle à l'axe longitudinal *OZ.*
e) (5 points) parallèle à l'axe transversal *OX.*

Indice : pour d) et e) utilisez l'équation de Newton pour décrire le mouvement des porteurs $\dot{\overline{p}} = \overline{F}$ où $\overline{p}$ est la quantité de mouvement du porteur.

QUESTION NO 4 - Conductivité thermique (25 points)

Un cylindre métallique dont la résistivité électrique (à $T_a=300K$) est $\rho=25n\ \Omega\cdot m$ a un diamètre de $D=20\ mm$ et une longueur de $L=100mm$. Il est utilisé pour évacuer la chaleur dans la direction longitudinale (le long de l'axe du cylindre) d'une source de puissance de $P=10\ W$ en contact avec une de deux surfaces circulaires du cylindre. L'autre surface circulaire du cylindre est reliée à un radiateur infini. Déterminer la différence de température ΔT entre les deux surfaces circulaires du cylindre dans l'hypothèse que l'on peut négliger les pertes de chaleur dans la direction transversale. Supposons aussi que $\Delta T \ll T_a$, où $T_a=300K$ est la température moyenne du cylindre.

Indice : Le flux d'énergie par unité de surface qui traverse une tige de longueur L avec la différence des températures ΔT à ces deux extrémités est écrit comme $K \cdot \Delta T / L$, où K est une conductivité thermique.